

Γυμνάσιο

ΤΕΣΤ 1

ΕΚΔΟΧΗ 1

Άσκηση 1

Σε μια επιχείρηση απασχολούνται 200 υπάλληλοι, με μέσο μισθό 1.200€. Την επόμενη χρονιά σε κάποιους υπαλλήλους έγινε αύξηση του μισθού κατά 5% και στους υπόλοιπους υπαλλήλους αύξηση του μισθού κατά 10%, με αποτέλεσμα ο μέσος μισθός όλων των υπαλλήλων να αυξηθεί κατά 7%. Ο αριθμός των υπαλλήλων που έλαβαν αύξηση 5% είναι:

- A. 80 B. 100 **Γ. 120** Δ. 130

Λύση

Το άθροισμα των μισθών των 200 υπαλλήλων είναι $200 \cdot 1.200 = 240.000\text{€}$

Έστω ότι x υπάλληλοι έλαβαν αύξηση 5%

Ο νέος μέσος μισθός αυτών των υπαλλήλων είναι $1,05 \cdot 1.200 = 1.260\text{€}$

Οι υπόλοιποι $200 - x$ έλαβαν αύξηση 10%

Ο νέος μέσος μισθός αυτών των υπαλλήλων είναι $1,1 \cdot 1.200 = 1.320\text{€}$

Ο νέος μέσος μισθός όλων των υπαλλήλων είναι $1,07 \cdot 1.200 = 1.284\text{€}$

Το άθροισμα των νέων μισθών των 200 υπαλλήλων είναι $200 \cdot 1.284 = 256.800\text{€}$

Ισχύει:

$$1.260x + 1.320(200 - x) = 256.800 \Leftrightarrow$$

$$1.260x + 264.000 - 1.320x = 256.800 \Leftrightarrow$$

$$60x = 7.200 \Leftrightarrow x = 120$$

Επομένως, 120 υπάλληλοι έλαβαν αύξηση 5%.

Σωστή απάντηση η Γ.

Άσκηση 2

Ένα δοχείο Α περιέχει 10 μπάλες: 4 κόκκινες και 6 μπλε. Ένα δεύτερο δοχείο Β περιέχει 16 κόκκινες μπάλες και έναν άγνωστο αριθμό μπλε μπαλών. Εξάγουμε τυχαία μία μπάλα από κάθε δοχείο. Η πιθανότητα οι δύο μπάλες να έχουν το ίδιο χρώμα είναι 0,44. Ο αριθμός των μπλε μπαλών στο δοχείο Β είναι:

- A. 4** B. 20 Γ. 24 Δ. 64

Λύση

Δοχείο Α: 4 κόκκινες μπάλες, 6 μπλε μπάλες. Σύνολο 10 μπάλες

Δοχείο Β: 16 κόκκινες μπάλες, x μπλε μπάλες. Σύνολο $16 + x$ μπάλες

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα

A: οι δύο μπάλες είναι κόκκινες με

$$P(A) = \frac{4}{10} \cdot \frac{16}{16+x} = \frac{64}{10(16+x)} = \frac{32}{5(16+x)}$$

B: οι δύο μπάλες είναι μπλε με

$$P(B) = \frac{6}{10} \cdot \frac{x}{16+x} = \frac{6x}{10(16+x)} = \frac{3x}{5(16+x)}$$

Γ: οι δύο μπάλες έχουν το ίδιο χρώμα

Ισχύουν $P(\Gamma) = 0,44$ και $P(\Gamma) = P(A) + P(B)$

Επομένως

$$\frac{32}{5(16+x)} + \frac{3x}{5(16+x)} = 0,44 \Leftrightarrow = 0,44 \Leftrightarrow$$

$$32 + 3x = 2,2(16 + x) \Leftrightarrow 32 + 3x = 35,2 + 2,2x \Leftrightarrow$$

$$0,8x = 3,2 \Leftrightarrow x = 4$$

Άρα, στο δοχείο B υπάρχουν 4 μπλε μπάλες.

Σωστή απάντηση η Α.

Άσκηση 3

Μία βιοτεχνία συσκευάσε μια ποσότητα προϊόντων σε ομοιόμορφα πακέτα. Μετά από ποιοτικό έλεγχο προέκυψαν οι παρακάτω πιθανότητες:

Ενδεχόμενο	Πιθανότητα
A: Κανονικό πακέτο	85%
B: Πακέτο με βάρος μικρότερο από το κανονικό	4%
Γ: Πακέτο με βάρος μεγαλύτερο από το κανονικό	7%
Δ: Πακέτο με κακή συσκευασία	9%

Αν επιλέξουμε τυχαία ένα πακέτο, η πιθανότητα να είναι ελαττωματικό ως προς το βάρος και τη συσκευασία είναι:

A. 5% **B. 7%** **Γ. 11%** **Δ. 20%**

Λύση

Θεωρούμε το ενδεχόμενο E: ελαττωματικό πακέτο.

Τα ενδεχόμενα A και E είναι συμπληρωματικά. Επομένως,

$$P(E) = 1 - P(A) \Rightarrow P(E) = 1 - \frac{85}{100} \Rightarrow P(E) = \frac{15}{100}$$

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

$$Z: \text{ελαττωματικό πακέτο ως προς το βάρος με } P(Z) = P(B) + P(\Gamma) = \frac{4}{100} + \frac{7}{100} = \frac{11}{100}$$

$$H: \text{ελαττωματικό πακέτο ως προς τη συσκευασία με } P(H) = P(\Delta) = \frac{9}{100}$$

$Z \cap H$: ελαττωματικό πακέτο ως προς το βάρος και τη συσκευασία

Ισχύει:

$$P(Z \cup H) = P(E) \Leftrightarrow P(Z) + P(H) - P(Z \cap H) = P(E) \Leftrightarrow$$

$$P(Z \cap H) = P(Z) + P(H) - P(E) = \frac{11}{100} + \frac{9}{100} - \frac{15}{100} = \frac{5}{100} = 5\%.$$

Σωστή απάντηση η Α.

Άσκηση 4

Μία σχολική περιφέρεια έχει τρία Γυμνάσια, Α, Β, Γ. Στην περιφέρεια, το 40% των μαθητών είναι αγόρια και 140 μαθητές φοιτούν στο Γυμνάσιο Β. Τα αγόρια κατανέμονται στα Γυμνάσια Α, Β, Γ σε αναλογία 3:2:2 και τα κορίτσια σε αναλογία 4:1:2. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή (αγόρι ή κορίτσι). Η πιθανότητα να φοιτά στο Γυμνάσιο Α είναι:

A. 51,43% **B. 20%** **Γ. 28,57%** **Δ. 15%**

Λύση

Έστω ότι τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Γ είναι x .

Τότε τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Α είναι $\frac{3x}{2}$ και

τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Β είναι x .

Το σύνολο των αγοριών είναι: $\frac{3}{2}x + x + x = \frac{7}{2}x$

Έστω ότι τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Γ είναι y .

Τότε τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Α είναι $2y$ και

τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Β είναι $\frac{y}{2}$.

Το σύνολο των κοριτσιών είναι: $2y + \frac{y}{2} + y = \frac{7}{2}y$

Δεδομένου ότι το 40% των μαθητών είναι αγόρια, ισχύει:

$$\frac{\frac{7}{2}x}{\frac{7}{2}x + \frac{7}{2}y} = \frac{40}{100} \Leftrightarrow \frac{x}{x+y} = \frac{40}{100} \Leftrightarrow 100x = 40x + 40y \Leftrightarrow$$

$$3x = 2y \tag{1}$$

Δεδομένου ότι 140 μαθητές φοιτούν στο Γυμνάσιο Β, ισχύει:

$$x + \frac{y}{2} = 140 \Leftrightarrow 2x + y = 280 \tag{2}$$

Λύνοντας το σύστημα των (1) και (2), προκύπτει $x = 80, y = 120$

Εύκολα τώρα κατασκευάζεται ο παρακάτω πίνακας.

	Γυμνάσιο Α	Γυμνάσιο Β	Γυμνάσιο Γ	Σύνολο
Αγόρια	120	80	80	280
Κορίτσια	240	60	120	420
Σύνολο	360	140	200	700

Η πιθανότητα ένας μαθητής να φοιτά στο Γυμνάσιο Α είναι:

$$P(A) = \frac{360}{700} = 0,5143 \text{ ή } 51,43\%.$$

Σωστή απάντηση η Α.

Άσκηση 5

Μία οικογένεια έχει 5 μέλη, τον πατέρα, τη μητέρα και τα τρία παιδιά τους. Η μέση ηλικία της οικογένειας αμέσως μετά τη γέννηση του πρώτου, του δεύτερου και του τρίτου παιδιού ήταν 18, 17,25 και 15,4 έτη, αντίστοιχα. Ποια είναι σήμερα η ηλικία του μεγαλύτερου παιδιού, αν η μέση τρέχουσα ηλικία ολόκληρης της οικογένειας είναι 17,4 έτη;

A. 6 ετών **B. 7 ετών** **Γ. 8 ετών** **Δ. 9 ετών**

Λύση

Αμέσως μετά τη γέννηση του πρώτου παιδιού

Όταν γεννήθηκε το πρώτο παιδί, η ηλικία του ήταν 0 έτη.

Μέλη: 3

Μέση ηλικία: 18

Άθροισμα ηλικιών = $3 \cdot 18 = 54$

Αμέσως μετά τη γέννηση του δεύτερου παιδιού

Περνούν t_1 χρόνια μέχρι να γεννηθεί το δεύτερο παιδί.

Τότε τα 3 άτομα μεγαλώνουν κατά t_1 χρόνια το καθένα, ενώ το δεύτερο παιδί έχει ηλικία 0.

Νέα μέση ηλικία: 17,25 με 4 μέλη:

Άθροισμα ηλικιών = $4 \cdot 17,25 = 69$

Άρα:

$$54 + 3t_1 = 69 \Leftrightarrow 3t_1 = 15 \Leftrightarrow t_1 = 5$$

Το πρώτο παιδί τότε είναι 5 ετών.

Αμέσως μετά τη γέννηση του τρίτου παιδιού

Περνούν t_2 χρόνια μέχρι να γεννηθεί το τρίτο παιδί.

Τότε τα 4 άτομα μεγαλώνουν κατά t_2 χρόνια το καθένα, ενώ το τρίτο παιδί έχει ηλικία 0.

Μέση ηλικία τότε: 15,4 με 5 μέλη:

Άθροισμα ηλικιών = $5 \cdot 15,4 = 77$

Άρα:

$$69 + 4t_2 = 77 \Leftrightarrow 4t_2 = 8 \Leftrightarrow t_2 = 2$$

Το πρώτο παιδί τότε είναι $5 + 2 = 7$ ετών.

Σήμερα

Από τη γέννηση του τρίτου παιδιού μέχρι σήμερα περνούν T χρόνια.

Τρέχουσα μέση ηλικία: 17,4 με 5 μέλη:

Άθροισμα ηλικιών = $5 \cdot 17,4 = 87$

Άρα:

$$77 + 5T = 87 \Leftrightarrow 5T = 10 \Leftrightarrow T = 2$$

Το πρώτο παιδί είναι σήμερα $7 + 2 = 9$ ετών.

Σωστή απάντηση η Δ.

Άσκηση 6

Σε ένα σχολείο φοιτούν N μαθητές, κάποιιοι από τους οποίους συμμετέχουν σε ομάδες ποδοσφαίρου, μπάσκετ και βόλεϊ, ενώ 54 μαθητές συμμετέχουν σε άλλες δραστηριότητες. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή και θεωρούμε τα ενδεχόμενα A : «ο μαθητής συμμετέχει σε ομάδα ποδοσφαίρου», B : «ο μαθητής συμμετέχει σε ομάδα μπάσκετ» και Γ : «ο μαθητής συμμετέχει σε ομάδα βόλεϊ», με πιθανότητες:

$P(A)$	$P(B)$	$P(\Gamma)$
0,4	0,3	0,2

Οι μαθητές των τριών αυτών αθλημάτων συμμετέχουν μόνο σε ένα από αυτά τα αθλήματα, εκτός από 18 μαθητές που συμμετέχουν ταυτόχρονα και σε ομάδα ποδοσφαίρου και σε ομάδα μπάσκετ.

Αν επιλέξουμε τυχαία έναν μαθητή, η πιθανότητα να συμμετέχει μόνο σε ομάδα μπάσκετ είναι:

A. 15% **B. 25%** **Γ. 27%** **Δ. 35%**

Λύση

Έστω N το σύνολο των μαθητών και το ενδεχόμενο

Δ : «ο μαθητής συμμετέχει σε άλλες δραστηριότητες»

$$\text{ισχύει: } P(\Delta) = \frac{54}{N}$$

18 μαθητές που συμμετέχουν ταυτόχρονα και σε ομάδα ποδοσφαίρου και σε ομάδα μπάσκετ. Επομένως, $P(A \cap B) = \frac{18}{N}$

Από τους νόμους των πιθανοτήτων ισχύει:

$$P(A \cup B \cup \Gamma) = P(A) + P(B) + P(\Gamma) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$$

$$P(A \cup B \cup \Gamma) = 0,4 + 0,3 + 0,2 - \frac{18}{N} \Leftrightarrow$$

$$P(A \cup B \cup \Gamma) = 0,9 - \frac{18}{N}$$

Επίσης ισχύει:

$$P(A \cup B \cup \Gamma) = 1 - \frac{54}{N} \Leftrightarrow 0,9 - \frac{18}{N} = 1 - \frac{54}{N} \Leftrightarrow \frac{36}{N} = 0,1 \Leftrightarrow N = 360$$

$$P(A \cap B) = \frac{18}{N} \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{18}{360} = 0,05$$

Η πιθανότητα να συμμετέχει μόνο σε ομάδα μπάσκετ είναι:

$$P(B) - P(A \cap B) = 0,3 - 0,05 = 0,25 \text{ ή } 25\%.$$

Σωστή απάντηση η Β.

Άσκηση 7

Σύμφωνα με τα στοιχεία της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2011, η αναλογία του πληθυσμού τριών πόλεων Α, Β και Γ ήταν 3:4:5, αντίστοιχα. Με βάση τα στοιχεία της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021, ο πληθυσμός των αντίστοιχων πόλεων αυξήθηκε, και οι ποσοστιαίες αυξήσεις είναι σε αναλογία 4:6:3. Το έτος 2021 σε σχέση με το 2011, ο πληθυσμός της πόλης Γ είχε αυξηθεί κατά 15.000 κατοίκους, και το έτος 2021 η αναλογία του πληθυσμού της πόλης Α προς την πόλη Β ήταν 21:32. Σύμφωνα με τα στοιχεία της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021, το άθροισμα των αυξήσεων του πληθυσμού όλων των πόλεων μαζί ήταν:

A. 51.000 **B. 52.000** **Γ. 61.000** **Δ. 49.000**

Λύση

Θέτουμε τους πληθυσμούς το 2011: $A = 3x$, $B = 4x$, $\Gamma = 5x$.

Οι ποσοστιαίες αυξήσεις είναι σε αναλογία 4:6:3, άρα παίρνουμε:

$$\pi_A = 4\%, \pi_B = 6\%, \pi_\Gamma = 3\%$$

Το 2021, ο πληθυσμός της πόλης Γ είχε αυξηθεί κατά 15.000 κατοίκους, επομένως

$$5x \cdot \frac{3y}{100} = 15.000 \Leftrightarrow 15xy = 1.500.000 \Leftrightarrow xy = 100.000 \quad (1)$$

Η αναλογία του πληθυσμού της πόλης Α προς την πόλη Β το έτος 2021 είναι 21:32. Έχουμε:

$$\frac{3x\left(1+\frac{4y}{100}\right)}{4x\left(1+\frac{6y}{100}\right)} = \frac{21}{32} \Leftrightarrow \frac{3(100+4y)}{4(100+6y)} = \frac{21}{32} \Leftrightarrow \frac{100+4y}{100+6y} = \frac{7}{8} \Leftrightarrow$$

$$800 + 32y = 700 + 42y \Leftrightarrow 10y = 100 \Leftrightarrow y = 10$$

Από την (1) προκύπτει: $x = 10.000$

Επομένως, οι αρχικοί πληθυσμοί ήταν: 30.000, 40.000, 50.000

Τώρα οι αυξήσεις σε απόλυτους αριθμούς είναι:

$$A: 3x \cdot \frac{4y}{100} = 3 \cdot 10.000 \cdot \frac{4 \cdot 10}{100} = 12.000$$

$$B: 4x \cdot \frac{6y}{100} = 4 \cdot 10.000 \cdot \frac{6 \cdot 10}{100} = 24.000$$

Γ: 15.000 (από την εκφώνηση)

Το άθροισμα των αυξήσεων είναι $12.000 + 24.000 + 15.000 = 51.000$.

Άρα η συνολική αύξηση πληθυσμού το 2021 ήταν 51.000 κάτοικοι.

Σωστή απάντηση η Α.

Άσκηση 8

Σε μια περιοχή υπάρχουν δύο σχολικά συγκροτήματα (Α και Β) και το καθένα διαθέτει Γυμνάσιο και Λύκειο. Στα συγκροτήματα αυτά φοιτούν συνολικά 900 μαθητές (αγόρια – κορίτσια). Από αυτούς τους μαθητές, 500 είναι μαθητές Γυμνασίου, 410 είναι αγόρια και 660 μαθητές φοιτούν στο συγκρότημα Α. Μεταξύ των μαθητών, τα αγόρια που φοιτούν στα Γυμνάσια είναι 228, τα αγόρια που φοιτούν στο συγκρότημα Α είναι 261, οι μαθητές που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α είναι 360 και, τέλος, 141 είναι τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α. Αν επιλέξουμε στην τύχη έναν μαθητή, η πιθανότητα να είναι αγόρι που φοιτά στο Λύκειο του συγκροτήματος Α ή κορίτσι που φοιτά στο Λύκειο του συγκροτήματος Β είναι:

A. 45,5% B. 39,17% Γ. 17,55% Δ. 44,44%

Λύση

Δεδομένου ότι οι μαθητές Γυμνασίου είναι 500, οι μαθητές Λυκείου είναι $900 - 500 = 400$.

Δεδομένου ότι τα αγόρια είναι 410, τα κορίτσια είναι $900 - 410 = 490$.

Δεδομένου ότι στο συγκρότημα Α φοιτούν 660 μαθητές, στο συγκρότημα Β φοιτούν $900 - 660 = 240$ μαθητές.

	Γυμν. Α	Γυμν. Β	Γυμν.	Λύκ. Α	Λύκ. Β	Λύκ.	Συγκρότημα Α	Συγκρότημα Β	Σύνολο
Αγόρια	141		228				261		410
Κορίτσια									490
Σύνολο	360		500			400	660	240	900

Δεδομένου ότι τα αγόρια που φοιτούν στα Γυμνάσια είναι 228 και τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α είναι 141, τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Β είναι $228 - 141 = 87$.

Δεδομένου ότι οι μαθητές που φοιτούν στο Γυμνάσιο Α είναι 360 και τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α είναι 141, τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α είναι $360 - 141 = 219$.

Δεδομένου ότι οι μαθητές Γυμνασίου είναι 500 και τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο είναι 228, τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο είναι $500 - 228 = 272$.

Δεδομένου ότι τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο είναι 272 και τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α είναι 219, τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Β είναι $272 - 219 = 53$.

Επομένως, στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Β φοιτούν $87 + 53 = 140$ μαθητές.

	Γυμν. Α	Γυμν. Β	Γυμν.	Λύκ. Α	Λύκ. Β	Λύκ.	Συγκρότημα Α	Συγκρότημα Β	Σύνολο
Αγόρια	141	87	228				261		410
Κορίτσια	219	53	272						490
Σύνολο	360	140	500			400	660	240	900

Δεδομένου ότι στο συγκρότημα Α φοιτούν 660 μαθητές, από τους οποίους τα αγόρια είναι 261, τα κορίτσια είναι $660 - 261 = 399$.

Εύκολα κατασκευάζεται ο παρακάτω πίνακας.

	Γυμν. Α	Γυμν. Β	Γυμν.	Λύκ. Α	Λύκ. Β	Λύκ.	Συγκρότημα Α	Συγκρότημα Β	Σύνολο
Αγόρια	141	87	228	120	62	182	261	149	410
Κορίτσια	219	53	272	180	38	218	399	91	490
Σύνολο	360	140	500	300	100	400	660	240	900

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: αγόρι που φοιτά στο Λύκειο του συγκροτήματος Α με $P(A) = \frac{120}{900} = 0,1333$

B: κορίτσι που φοιτά στο Λύκειο του συγκροτήματος Β με $P(B) = \frac{38}{900} = 0,0422$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,1755 = 17,55\%$.

Σωστή απάντηση η Γ.

Άσκηση 9

Το άθροισμα των μισθών του Αντώνη, του Βασίλη και του Γιώργου είναι 6.570 ευρώ. Εάν δαπάνησαν το 80%, το 85% και το 75% του αντίστοιχου μισθού τους, τότε οι αποταμιεύσεις τους έχουν αναλογία 8 : 9 : 20. Ο μέσος όρος των δαπανών τους είναι περίπου:

A. 1.168€

B. 1.740€

Γ. 1.862€

Δ. 2.190€

Λύση

Ας υποθέσουμε ότι οι μισθοί τους είναι: Αντώνης: x , Βασίλης: y και Γιώργος: z . Ισχύει ότι:

$$x + y + z = 6.570 \quad (1)$$

Ο Αντώνης δαπανά το 80%, άρα αποταμιεύει το 20% του μισθού του, δηλαδή $0,2x$

Ο Βασίλης δαπανά το 85%, άρα αποταμιεύει το 15% του μισθού του, δηλαδή $0,15y$

Ο Γιώργος δαπανά το 75%, άρα αποταμιεύει το 25% του μισθού του, δηλαδή $0,25z$

Η αναλογία αποταμιεύσεων είναι $0,2x : 0,15y : 0,25z = 8 : 9 : 20$

Επομένως, υπάρχει αριθμός α για τον οποίο ισχύει:

$$0,2x = 8\alpha, \quad 0,15y = 9\alpha, \quad 0,25z = 20\alpha$$

Λύνουμε ως προς x, y, z και έχουμε:

$$x = \frac{8\alpha}{0,2} = 40\alpha$$

$$y = \frac{9\alpha}{0,15} = 60\alpha$$

$$z = \frac{20\alpha}{0,25} = 80\alpha$$

Αντικαθιστούμε στην (1) και παίρνουμε:

$$x + y + z = 40\alpha + 60\alpha + 80\alpha = 180\alpha = 6.570$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{6.570}{180} = 36,5$$

Οι μισθοί είναι οι παρακάτω:

$$x = 40 \times 36,5 = 1.460$$

$$y = 60 \times 36,5 = 2.190$$

$$z = 80 \times 36,5 = 2.920$$

Οι δαπάνες είναι:

$$\text{Αντώνης:} \quad 0,8 \times 1.460 = 1.168$$

$$\text{Βασίλης:} \quad 0,85 \times 2.190 = 1.861,5$$

$$\text{Γιώργος:} \quad 0,75 \times 2.920 = 2.190$$

Και ο μέσος όρος των δαπανών είναι:

$$\text{Μ.Ο.} = \frac{1.168 + 1.861,5 + 2.190}{3} = \frac{5.219,5}{3} = 1.739,83\text{€}.$$

Σωστή απάντηση η Β.

Άσκηση 10

Σύμφωνα με την Έρευνα Εργατικών Ατυχημάτων της ΕΛΣΤΑΤ, τα εργατικά ατυχήματα στην Ελλάδα ανήλθαν σε 9.474 κατά τη διετία 2021-2022. Καθένας από αυτούς τους εργαζόμενους μπορεί να ταξινομηθεί ως: 1) Άτομο ηλικίας 15-39 ετών ή Άτομο ηλικίας 40 ετών και άνω, 2) Άνδρας ή Γυναίκα, και 3) Κάτοικος Αττικής ή Κάτοικος της υπόλοιπης Χώρας.

Από αυτούς, 3.647 είναι άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών, 6.589 είναι άνδρες και 2.688 είναι κάτοικοι Αττικής. Μεταξύ αυτών, οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 2.744, οι άνδρες που ζουν στην Αττική είναι 1.883 και τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική είναι 1.036. Τέλος, 784 άτομα είναι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική. Αν επιλεγεί τυχαία ένα άτομο από τα παραπάνω, η πιθανότητα να είναι γυναίκα ηλικίας 40 ετών και άνω, κάτοικος Αττικής, είναι περίπου:

A. 5,84% **B. 11,60%** **Γ. 15,10%** **Δ. 29%**

Λύση

Δεδομένου ότι τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 3.647, τα άτομα ηλικιακής ομάδας 40 ετών και άνω είναι $9.474 - 3.647 = 5.827$.

Δεδομένου ότι οι άνδρες είναι 6.589, οι γυναίκες είναι $9.474 - 6.589 = 2.885$.

Δεδομένου ότι 2.688 άτομα είναι κάτοικοι Αττικής, τα άτομα που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι $9.474 - 2.688 = 6.786$.

	15-39 ετών, Αττική	15-39 ετών, Υπόλοιπο Χώρας	15-39 ετών	40 ετών και άνω, Αττική	40 ετών και άνω, Υπόλοιπο Χώρας	40 ετών και άνω	Αττική	Υπόλοιπο Χώρας	Σύνολο
Άνδρες	784		2.744				1.883		6.589
Γυναίκες									2.885
Σύνολο	1.036		3.647			5.827	2.688	6.786	9.474

Παρομοίως, δεδομένου ότι οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 2.744, οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 40 ετών και άνω είναι $6.589 - 2.744 = 3.845$.

Επίσης, δεδομένου ότι οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 2.744, οι γυναίκες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι $3.647 - 2.744 = 903$, και δεδομένου ότι οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 40 ετών και άνω είναι 3.845, οι γυναίκες ηλικιακής ομάδας 40 ετών και άνω είναι $5.827 - 3.845 = 1.982$.

Οι άνδρες που ζουν στην Αττική είναι 1.883, άρα οι άνδρες που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι $6.589 - 1.883 = 4.706$.

Τα άτομα που ζουν στην Αττική είναι 2.688 και οι άνδρες που ζουν στην Αττική είναι 1.883, άρα οι γυναίκες που ζουν στην Αττική είναι $2.688 - 1.883 = 805$.

Τα άτομα που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι 6.786 και οι άνδρες που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι 4.706, άρα οι γυναίκες που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι $6.786 - 4.706 = 2.080$.

	15-39 ετών, Αττική	15-39 ετών, Υπόλοιπο Χώρας	15-39 ετών	40 ετών και άνω, Αττική	40 ετών και άνω, Υπόλοιπο Χώρας	40 ετών και άνω	Αττική	Υπόλοιπο Χώρας	Σύνολο
Άνδρες	784		2.744			3.845	1.883	4.706	6.589
Γυναίκες			903			1.982	805	2.080	2.885
Σύνολο	1.036		3.647			5.827	2.688	6.786	9.474

Τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική είναι 1.036 και τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 3.647. Άρα, τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι $3.647 - 1.036 = 2.611$.

784 άτομα είναι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών ζουν στην Αττική, άρα οι γυναίκες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική είναι $1.036 - 784 = 252$.

784 άτομα είναι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική, και το σύνολο των ατόμων ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 2.744, άρα $2.744 - 784 = 1.960$ άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας και $2.611 - 1.960 = 651$ γυναίκες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας.

	15-39 ετών, Αττική	15-39 ετών, Υπόλοιπο Χώρας	15-39 ετών	40 ετών και άνω, Αττική	40 ετών και άνω, Υπόλοιπο Χώρας	40 ετών και άνω	Αττική	Υπόλοιπο Χώρας	Σύνολο
Άνδρες	784	1.960	2.744			3.845	1.883	4.706	6.589
Γυναίκες	252	651	903			1.982	805	2.080	2.885
Σύνολο	1.036	2.611	3.647			5.827	2.688	6.786	9.474

Συνολικά, οι άνδρες που ζουν στην Αττική είναι 1.883. Από αυτούς, οι 784 είναι ηλικίας 15-39 ετών. Επομένως, οι άνδρες ηλικίας 40 ετών και άνω είναι $1.883 - 784 = 1.099$.
Εύκολα συμπληρώνεται ο παρακάτω πίνακας.

	15-39 ετών, Αττική	15-39 ετών, Υπόλοιπο Χώρας	15-39 ετών	40 ετών και άνω, Αττική	40 ετών και άνω, Υπόλοιπο Χώρας	40 ετών και άνω	Αττική	Υπόλοιπο Χώρας	Σύνολο
Άνδρες	784	1.960	2.744	1.099	2.746	3.845	1.883	4.706	6.589
Γυναίκες	252	651	903	553	1.429	1.982	805	2.080	2.885
Σύνολο	1.036	2.611	3.647	1.652	4.175	5.827	2.688	6.786	9.474

Ο συνολικός αριθμός των ατόμων είναι $N(\Omega) = 9.474$ και ο αριθμός των γυναικών ηλικίας 40 ετών και άνω που είναι κάτοικοι Αττικής είναι $N(A) = 553$. Άρα

$$P(A) = \frac{553}{9.474} = 0,0584 \text{ ή } 5,84\%.$$

Σωστή απάντηση η Α.

ΕΚΔΟΧΗ 2

Άσκηση 1

Ένα σχολείο έχει συγκεντρώσει το 80% του ποσού που απαιτείται για φιλανθρωπική δράση, λαμβάνοντας μια μέση δωρεά 8 ευρώ από τους γονείς των μαθητών που έχουν ήδη συνεισφέρει και οι οποίοι αποτελούν το 60% του συνόλου των γονέων των μαθητών. Εάν το σχολείο επιθυμεί να συγκεντρώσει ακριβώς το ποσό που χρειάζεται για τη φιλανθρωπική δράση, η μέση δωρεά που θα ζητηθεί από τους υπόλοιπους γονείς των μαθητών είναι:

A. 8€ **B. 9€** **Γ. 8,5€** **Δ. 3€**

Λύση

Έστω ότι ο συνολικός αριθμός των γονέων είναι N . Τότε:

Ο αριθμός των γονέων που έχουν ήδη πληρώσει είναι: $0,6N$.

Ο αριθμός των υπόλοιπων γονέων είναι: $0,4N$.

Το ποσό που έχει συγκεντρωθεί είναι: $0,6N \cdot 8 = 4,8N$.

Το ποσό αυτό αντιστοιχεί στο 80% του συνολικού ποσού.

$$4,8N = 0,80 \times \text{Συνολικό ποσό}$$

$$\text{Άρα, Συνολικό ποσό} = \frac{4,8N}{0,80} = 6N$$

Το υπόλοιπο ποσό είναι:

$$6N - 4,8N = 1,2N$$

Και το ποσό αυτό πρέπει να προέλθει από τους υπόλοιπους $0,4N$ γονείς.

Η μέση δωρεά αυτών των γονέων είναι:

$$\frac{1,2N}{0,4N} = 3\text{€}$$

Σωστή απάντηση η Δ.

Άσκηση 2

Σε ένα κουτί υπάρχουν 120 σφαίρες κόκκινες και πράσινες. Επιλέγουμε τυχαία μία σφαίρα από το κουτί και θεωρούμε τα ενδεχόμενα Α: «η σφαίρα είναι κόκκινη» και Β: «η σφαίρα είναι πράσινη», με πιθανότητες:

$P(A)$	$P(B)$
0,3	0,7

Πόσες πράσινες σφαίρες θα πρέπει να αφαιρέσουμε από το κουτί, ώστε αν επιλέξουμε τυχαία μία σφαίρα, η πιθανότητα να είναι κόκκινη να είναι 0,4;

A. 28 B. 30 Γ. 38 Δ. 40

Λύση

Ο αριθμός των κόκκινων σφαιρών στο κουτί είναι $0,3 \cdot 120 = 36$.

Έστω x οι πράσινες σφαίρες που θα αφαιρέσουμε από το κουτί.

Τότε οι σφαίρες που θα μείνουν στο κουτί θα είναι: $120 - x$, και οι κόκκινες θα είναι πάλι 36.

Ισχύει:

$$P(K) = 0,4 \Leftrightarrow \frac{36}{120-x} = 0,4 \Leftrightarrow 48 - 0,4x = 36 \Leftrightarrow$$

$$0,4x = 12 \Leftrightarrow x = 30.$$

Σωστή απάντηση η Β.

Άσκηση 3

Σε ένα γραφείο, το 40% των εργαζομένων είναι γυναίκες. Στο γραφείο αυτό, όσοι άνδρες και γυναίκες έχουν παιδιά, είναι παντρεμένοι (όχι κατ' ανάγκη μεταξύ τους). Από τις γυναίκες, οι μισές είναι παντρεμένες, ενώ από τις παντρεμένες γυναίκες τα $\frac{3}{4}$ έχουν παιδιά. Από τους άνδρες τα $\frac{3}{4}$ είναι παντρεμένοι, ενώ το $\frac{1}{3}$ των παντρεμένων ανδρών έχει παιδιά. Εάν ένα άτομο επιλεγεί τυχαία από το γραφείο, η πιθανότητα να μην έχει παιδιά είναι:

A. 30% B. 50% Γ. 70% Δ. 80%

Λύση

Θεωρούμε ότι οι γυναίκες εργαζόμενες είναι $40x$ και οι άνδρες εργαζόμενοι είναι $60x$.

Το σύνολο των εργαζομένων είναι $100x$.

Ο αριθμός των γυναικών που είναι παντρεμένες είναι: $\frac{1}{2} \cdot 40x = 20x$

Ο αριθμός των γυναικών που είναι παντρεμένες και έχουν παιδιά είναι: $\frac{3}{4} \cdot 20x = 15x$

Ο αριθμός των ανδρών που είναι παντρεμένοι είναι: $\frac{3}{4} \cdot 60x = 45x$

Ο αριθμός των ανδρών που είναι παντρεμένοι και έχουν παιδιά είναι: $\frac{1}{3} \cdot 45x = 15x$

Ο αριθμός των εργαζομένων που έχουν παιδιά είναι: $15x + 15x = 30x$

Και ο αριθμός των εργαζομένων που δεν έχουν παιδιά είναι: $100x - 30x = 70x$

Εάν ένα άτομο επιλεγθεί τυχαία από το γραφείο, η πιθανότητα να μην έχει παιδιά είναι:

$$\frac{70x}{100x} = 0,70 = 70\%.$$

Σωστή απάντηση η Γ.

Άσκηση 4

Μία σχολική περιφέρεια έχει τρία Γυμνάσια, Α, Β, Γ. Στην περιφέρεια, το 40% των μαθητών είναι αγόρια και 140 μαθητές φοιτούν στο Γυμνάσιο Β. Τα αγόρια κατανέμονται στα Γυμνάσια Α, Β, Γ σε αναλογία 3:2:2 και τα κορίτσια σε αναλογία 4:1:2. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή (αγόρι ή κορίτσι). Η πιθανότητα να φοιτά στο Γυμνάσιο Β είναι:

A. 51,43% **B. 20%** **Γ. 28,57%** **Δ. 15%**

Λύση

Έστω ότι τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Γ είναι x .

Τότε τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Α είναι $\frac{3x}{2}$ και

τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Β είναι x .

Το σύνολο των αγοριών είναι: $\frac{3}{2}x + x + x = \frac{7}{2}x$

Έστω ότι τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Γ είναι y .

Τότε τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Α είναι $2y$ και

τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Β είναι $\frac{y}{2}$.

Το σύνολο των κοριτσιών είναι: $2y + \frac{y}{2} + y = \frac{7}{2}y$

Δεδομένου ότι το 40% των μαθητών είναι αγόρια, ισχύει:

$$\frac{\frac{7}{2}x}{\frac{7}{2}x + \frac{7}{2}y} = \frac{40}{100} \Leftrightarrow \frac{x}{x+y} = \frac{40}{100} \Leftrightarrow 100x = 40x + 40y \Leftrightarrow$$

$$3x = 2y \tag{1}$$

Δεδομένου ότι 140 μαθητές φοιτούν στο Γυμνάσιο Β, ισχύει:

$$x + \frac{y}{2} = 140 \Leftrightarrow 2x + y = 280 \tag{2}$$

Λύνοντας το σύστημα των (1) και (2), προκύπτει $x = 80, y = 120$

Εύκολα τώρα κατασκευάζεται ο παρακάτω πίνακας.

	Γυμνάσιο Α	Γυμνάσιο Β	Γυμνάσιο Γ	Σύνολο
Αγόρια	120	80	80	280
Κορίτσια	240	60	120	420
Σύνολο	360	140	200	700

Η πιθανότητα ένας μαθητής να φοιτά στο Γυμνάσιο Β είναι:

$$P(B) = \frac{140}{700} = 0,20 \text{ ή } 20\%.$$

Σωστή απάντηση η Β.

Άσκηση 5

Μία οικογένεια έχει 5 μέλη, τον πατέρα, τη μητέρα και τα τρία παιδιά τους. Η μέση ηλικία της οικογένειας αμέσως μετά τη γέννηση του πρώτου, του δεύτερου και του τρίτου παιδιού ήταν 18, 17,25 και 15,4 έτη, αντίστοιχα. Ποια είναι σήμερα η ηλικία του μεγαλύτερου παιδιού, αν η μέση τρέχουσα ηλικία ολόκληρης της οικογένειας είναι 17,4 έτη;

A. 6 ετών B. 7 ετών Γ. 8 ετών Δ. 9 ετών

Λύση

Αμέσως μετά τη γέννηση του πρώτου παιδιού

Όταν γεννήθηκε το πρώτο παιδί, η ηλικία του ήταν 0 έτη.

Μέλη: 3

Μέση ηλικία: 18

Άθροισμα ηλικιών = $3 \cdot 18 = 54$

Αμέσως μετά τη γέννηση του δεύτερου παιδιού

Περνούν t_1 χρόνια μέχρι να γεννηθεί το δεύτερο παιδί.

Τότε τα 3 άτομα μεγαλώνουν κατά t_1 χρόνια το καθένα, ενώ το δεύτερο παιδί έχει ηλικία 0.

Νέα μέση ηλικία: 17,25 με 4 μέλη:

Άθροισμα ηλικιών = $4 \cdot 17,25 = 69$

Άρα:

$$54 + 3t_1 = 69 \Leftrightarrow 3t_1 = 15 \Leftrightarrow t_1 = 5$$

Το πρώτο παιδί τότε είναι 5 ετών.

Αμέσως μετά τη γέννηση του τρίτου παιδιού

Περνούν t_2 χρόνια μέχρι να γεννηθεί το τρίτο παιδί.

Τότε τα 4 άτομα μεγαλώνουν κατά t_2 χρόνια το καθένα, ενώ το τρίτο παιδί έχει ηλικία 0.

Μέση ηλικία τότε: 15,4 με 5 μέλη:

Άθροισμα ηλικιών = $5 \cdot 15,4 = 77$

Άρα:

$$69 + 4t_2 = 77 \Leftrightarrow 4t_2 = 8 \Leftrightarrow t_2 = 2$$

Το πρώτο παιδί τότε είναι $5 + 2 = 7$ ετών.

Σήμερα

Από τη γέννηση του τρίτου παιδιού μέχρι σήμερα περνούν T χρόνια.

Τρέχουσα μέση ηλικία: 17,4 με 5 μέλη:

Άθροισμα ηλικιών = $5 \cdot 17,4 = 87$

Άρα:

$$77 + 5T = 87 \Leftrightarrow 5T = 10 \Leftrightarrow T = 2$$

Το πρώτο παιδί είναι σήμερα $7 + 2 = 9$ ετών.

Σωστή απάντηση η Δ.

Άσκηση 6

Σε ένα σχολείο φοιτούν N μαθητές, κάποιιοι από τους οποίους συμμετέχουν σε ομάδες ποδοσφαίρου, μπάσκετ και βόλεϊ, ενώ 54 μαθητές συμμετέχουν σε άλλες δραστηριότητες. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή και θεωρούμε τα ενδεχόμενα A : «ο μαθητής συμμετέχει σε ομάδα ποδοσφαίρου», B : «ο μαθητής συμμετέχει σε ομάδα μπάσκετ» και Γ : «ο μαθητής συμμετέχει σε ομάδα βόλεϊ», με πιθανότητες:

$P(A)$	$P(B)$	$P(\Gamma)$
0,4	0,3	0,2

Οι μαθητές των τριών αυτών αθλημάτων συμμετέχουν μόνο σε ένα από αυτά τα αθλήματα, εκτός από 18 μαθητές που συμμετέχουν ταυτόχρονα και σε ομάδα ποδοσφαίρου και σε ομάδα μπάσκετ.

Αν επιλέξουμε τυχαία έναν μαθητή, η πιθανότητα να συμμετέχει μόνο σε ομάδα ποδοσφαίρου είναι:

A. 15% **B. 25%** **Γ. 27%** **Δ. 35%**

Λύση

Έστω N το σύνολο των μαθητών και το ενδεχόμενο

Δ : «ο μαθητής συμμετέχει σε άλλες δραστηριότητες»

$$\text{Ισχύει: } P(\Delta) = \frac{54}{N}$$

18 μαθητές που συμμετέχουν ταυτόχρονα και σε ομάδα ποδοσφαίρου και σε ομάδα μπάσκετ. Επομένως, $P(A \cap B) = \frac{18}{N}$

Από τους νόμους των πιθανοτήτων ισχύει:

$$P(A \cup B \cup \Gamma) = P(A) + P(B) + P(\Gamma) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$$

$$P(A \cup B \cup \Gamma) = 0,4 + 0,3 + 0,2 - \frac{18}{N} \Leftrightarrow$$

$$P(A \cup B \cup \Gamma) = 0,9 - \frac{18}{N}$$

Επίσης ισχύει:

$$P(A \cup B \cup \Gamma) = 1 - \frac{54}{N} \Leftrightarrow 0,9 - \frac{18}{N} = 1 - \frac{54}{N} \Leftrightarrow \frac{36}{N} = 0,1 \Leftrightarrow N = 360$$

$$P(A \cap B) = \frac{18}{N} \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{18}{360} = 0,05$$

Η πιθανότητα να συμμετέχει μόνο σε ομάδα ποδοσφαίρου είναι:

$$P(A) - P(A \cap B) = 0,4 - 0,05 = 0,35 \text{ ή } 35\%.$$

Σωστή απάντηση η Δ.

Άσκηση 7

Σύμφωνα με τα στοιχεία της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2011, η αναλογία του πληθυσμού τριών πόλεων A , B και Γ ήταν 3:4:5, αντίστοιχα. Με βάση τα στοιχεία της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021, ο πληθυσμός των αντίστοιχων πόλεων αυξήθηκε, και οι ποσοστιαίες αυξήσεις είναι σε αναλογία 4:6:3. Το έτος 2021 σε σχέση με το 2011, ο πληθυσμός της πόλης Γ είχε αυξηθεί κατά 15.000 κατοίκους, και το έτος 2021 η αναλογία του πληθυσμού της πόλης A προς την πόλη B ήταν 21:32. Σύμφωνα με τα στοιχεία της Απογραφής

Πληθυσμού-Κατοικιών 2021, το άθροισμα των αυξήσεων του πληθυσμού όλων των πόλεων μαζί ήταν:

A. 51.000

B. 52.000

Γ. 61.000

Δ. 49.000

Λύση

Θέτουμε τους πληθυσμούς το 2011: $A = 3x$, $B = 4x$, $\Gamma = 5x$.

Οι ποσοστιαίες αυξήσεις είναι σε αναλογία 4:6:3, άρα παίρνουμε:

$$\pi_A = 4\%, \pi_B = 6\%, \pi_\Gamma = 3\%$$

Το 2021, ο πληθυσμός της πόλης Γ είχε αυξηθεί κατά 15.000 κατοίκους, επομένως

$$5x \cdot \frac{3y}{100} = 15.000 \Leftrightarrow 15xy = 1.500.000 \Leftrightarrow xy = 100.000 \quad (1)$$

Η αναλογία του πληθυσμού της πόλης Α προς την πόλη Β το έτος 2021 είναι 21:32. Έχουμε:

$$\frac{3x\left(1+\frac{4y}{100}\right)}{4x\left(1+\frac{6y}{100}\right)} = \frac{21}{32} \Leftrightarrow \frac{3(100+4y)}{4(100+6y)} = \frac{21}{32} \Leftrightarrow \frac{100+4y}{100+6y} = \frac{7}{8} \Leftrightarrow$$

$$800 + 32y = 700 + 42y \Leftrightarrow 10y = 100 \Leftrightarrow y = 10$$

Από την (1) προκύπτει: $x = 10.000$

Επομένως, οι αρχικοί πληθυσμοί ήταν: 30.000, 40.000, 50.000

Τώρα οι αυξήσεις σε απόλυτους αριθμούς είναι:

$$A: 3x \cdot \frac{4y}{100} = 3 \cdot 10.000 \cdot \frac{4 \cdot 10}{100} = 12.000$$

$$B: 4x \cdot \frac{6y}{100} = 4 \cdot 10.000 \cdot \frac{6 \cdot 10}{100} = 24.000$$

Γ: 15.000 (από την εκφώνηση)

Το άθροισμα των αυξήσεων είναι $12.000 + 24.000 + 15.000 = 51.000$.

Άρα η συνολική αύξηση πληθυσμού το 2021 ήταν 51.000 κάτοικοι.

Σωστή απάντηση η Α.

Άσκηση 8

Σε μια περιοχή υπάρχουν δύο σχολικά συγκροτήματα (Α και Β) και το καθένα διαθέτει Γυμνάσιο και Λύκειο. Στα συγκροτήματα αυτά φοιτούν συνολικά 900 μαθητές (αγόρια – κορίτσια). Από αυτούς τους μαθητές, 500 είναι μαθητές Γυμνασίου, 410 είναι αγόρια και 660 μαθητές φοιτούν στο συγκρότημα Α. Μεταξύ των μαθητών, τα αγόρια που φοιτούν στα Γυμνάσια είναι 228, τα αγόρια που φοιτούν στο συγκρότημα Α είναι 261, οι μαθητές που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α είναι 360 και, τέλος, 141 είναι τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α. Αν επιλέξουμε στην τύχη έναν μαθητή, η πιθανότητα να είναι αγόρι που φοιτά στο Λύκειο του συγκροτήματος Α ή κορίτσι που φοιτά στο Λύκειο του συγκροτήματος Β είναι:

A. 45,5%

B. 39,17%

Γ. 17,55%

Δ. 44,44%

Λύση

Δεδομένου ότι οι μαθητές Γυμνασίου είναι 500, οι μαθητές Λυκείου είναι $900 - 500 = 400$.

Δεδομένου ότι τα αγόρια είναι 410, τα κορίτσια είναι $900 - 410 = 490$.

Δεδομένου ότι στο συγκρότημα A φοιτούν 660 μαθητές, στο συγκρότημα B φοιτούν $900 - 660 = 240$ μαθητές.

	Γυμν. A	Γυμν. B	Γυμν.	Λύκ. A	Λύκ. B	Λύκ.	Συγκρότημα A	Συγκρότημα B	Σύνολο
Αγόρια	141		228				261		410
Κορίτσια									490
Σύνολο	360		500			400	660	240	900

Δεδομένου ότι τα αγόρια που φοιτούν στα Γυμνάσια είναι 228 και τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος A είναι 141, τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος B είναι $228 - 141 = 87$.

Δεδομένου ότι οι μαθητές που φοιτούν στο Γυμνάσιο A είναι 360 και τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος A είναι 141, τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος A είναι $360 - 141 = 219$.

Δεδομένου ότι οι μαθητές Γυμνασίου είναι 500 και τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο είναι 228, τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο είναι $500 - 228 = 272$.

Δεδομένου ότι τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο είναι 272 και τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος A είναι 219, τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος B είναι $272 - 219 = 53$.

Επομένως, στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος B φοιτούν $87 + 53 = 140$ μαθητές.

	Γυμν. A	Γυμν. B	Γυμν.	Λύκ. A	Λύκ. B	Λύκ.	Συγκρότημα A	Συγκρότημα B	Σύνολο
Αγόρια	141	87	228				261		410
Κορίτσια	219	53	272						490
Σύνολο	360	140	500			400	660	240	900

Δεδομένου ότι στο συγκρότημα A φοιτούν 660 μαθητές, από τους οποίους τα αγόρια είναι 261, τα κορίτσια είναι $660 - 261 = 399$.

Εύκολα κατασκευάζεται ο παρακάτω πίνακας.

	Γυμν. A	Γυμν. B	Γυμν.	Λύκ. A	Λύκ. B	Λύκ.	Συγκρότημα A	Συγκρότημα B	Σύνολο
Αγόρια	141	87	228	120	62	182	261	149	410
Κορίτσια	219	53	272	180	38	218	399	91	490
Σύνολο	360	140	500	300	100	400	660	240	900

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: αγόρι που φοιτά στο Λύκειο του συγκροτήματος A με $P(A) = \frac{120}{900} = 0,1333$

B: κορίτσι που φοιτά στο Λύκειο του συγκροτήματος B με $P(B) = \frac{38}{900} = 0,0422$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,1755 = 17,55\%$.

Σωστή απάντηση η Γ.

Άσκηση 9

Το άθροισμα των μισθών του Αντώνη, του Βασίλη και του Γιώργου είναι 6.570 ευρώ. Εάν δαπάνησαν το 80%, το 85% και το 75% του αντίστοιχου μισθού τους, τότε οι αποταμιεύσεις τους έχουν αναλογία 8 : 9 : 20. Ο μέσος όρος των δαπανών τους είναι περίπου:

A. 1.168€

B. 1.740€

Γ. 1.862€

Δ. 2.190€

Λύση

Ας υποθέσουμε ότι οι μισθοί τους είναι: Αντώνης: x , Βασίλης: y και Γιώργος: z . Ισχύει ότι:

$$x + y + z = 6.570 \quad (1)$$

Ο Αντώνης δαπανά το 80%, άρα αποταμιεύει το 20% του μισθού του, δηλαδή $0,2x$

Ο Βασίλης δαπανά το 85%, άρα αποταμιεύει το 15% του μισθού του, δηλαδή $0,15y$

Ο Γιώργος δαπανά το 75%, άρα αποταμιεύει το 25% του μισθού του, δηλαδή $0,25z$

Η αναλογία αποταμιεύσεων είναι $0,2x : 0,15y : 0,25z = 8 : 9 : 20$

Επομένως, υπάρχει αριθμός α για τον οποίο ισχύει:

$$0,2x = 8\alpha, \quad 0,15y = 9\alpha, \quad 0,25z = 20\alpha$$

Λύνουμε ως προς x, y, z και έχουμε:

$$x = \frac{8\alpha}{0,2} = 40\alpha$$

$$y = \frac{9\alpha}{0,15} = 60\alpha$$

$$z = \frac{20\alpha}{0,25} = 80\alpha$$

Αντικαθιστούμε στην (1) και παίρνουμε:

$$x + y + z = 40\alpha + 60\alpha + 80\alpha = 180\alpha = 6.570$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{6.570}{180} = 36,5$$

Οι μισθοί είναι οι παρακάτω:

$$x = 40 \times 36,5 = 1.460$$

$$y = 60 \times 36,5 = 2.190$$

$$z = 80 \times 36,5 = 2.920$$

Οι δαπάνες είναι:

$$\text{Αντώνης: } 0,8 \times 1.460 = 1.168$$

$$\text{Βασίλης: } 0,85 \times 2.190 = 1.861,5$$

$$\text{Γιώργος: } 0,75 \times 2.920 = 2.190$$

Και ο μέσος όρος των δαπανών είναι:

$$\text{Μ.Ο.} = \frac{1.168 + 1.861,5 + 2.190}{3} = \frac{5.219,5}{3} = 1.739,83\text{€}.$$

Σωστή απάντηση η Β.

Άσκηση 10

Σύμφωνα με την Έρευνα Εργατικών Ατυχημάτων της ΕΛΣΤΑΤ, τα εργατικά ατυχήματα στην Ελλάδα ανήλθαν σε 9.474 κατά τη διετία 2021-2022. Καθένας από αυτούς τους εργαζόμενους μπορεί να ταξινομηθεί ως: 1) Άτομο ηλικίας 15-39 ετών ή Άτομο ηλικίας 40 ετών και άνω, 2) Άνδρας ή Γυναίκα, και 3) Κάτοικος Αττικής ή Κάτοικος της υπόλοιπης Χώρας.

Από αυτούς, 3.647 είναι άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών, 6.589 είναι άνδρες και 2.688 είναι κάτοικοι Αττικής. Μεταξύ αυτών, οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 2.744, οι άνδρες που ζουν στην Αττική είναι 1.883 και τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική είναι 1.036. Τέλος, 784 άτομα είναι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική. Αν επιλεγεί τυχαία ένα άτομο από τα παραπάνω, η πιθανότητα να είναι γυναίκα ηλικίας 40 ετών και άνω, κάτοικος Αττικής, είναι περίπου:

A. 5,84% **B. 11,60%** **Γ. 15,10%** **Δ. 29%**

Λύση

Δεδομένου ότι τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 3.647, τα άτομα ηλικιακής ομάδας 40 ετών και άνω είναι $9.474 - 3.647 = 5.827$.

Δεδομένου ότι οι άνδρες είναι 6.589, οι γυναίκες είναι $9.474 - 6.589 = 2.885$.

Δεδομένου ότι 2.688 άτομα είναι κάτοικοι Αττικής, τα άτομα που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι $9.474 - 2.688 = 6.786$.

	15-39 ετών, Αττική	15-39 ετών, Υπόλοιπο Χώρας	15-39 ετών	40 ετών και άνω, Αττική	40 ετών και άνω, Υπόλοιπο Χώρας	40 ετών και άνω	Αττική	Υπόλοιπο Χώρας	Σύνολο
Άνδρες	784		2.744				1.883		6.589
Γυναίκες									2.885
Σύνολο	1.036		3.647			5.827	2.688	6.786	9.474

Παρομοίως, δεδομένου ότι οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 2.744, οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 40 ετών και άνω είναι $6.589 - 2.744 = 3.845$.

Επίσης, δεδομένου ότι οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 2.744, οι γυναίκες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι $3.647 - 2.744 = 903$, και δεδομένου ότι οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 40 ετών και άνω είναι 3.845, οι γυναίκες ηλικιακής ομάδας 40 ετών και άνω είναι $5.827 - 3.845 = 1.982$.

Οι άνδρες που ζουν στην Αττική είναι 1.883, άρα οι άνδρες που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι $6.589 - 1.883 = 4.706$.

Τα άτομα που ζουν στην Αττική είναι 2.688 και οι άνδρες που ζουν στην Αττική είναι 1.883, άρα οι γυναίκες που ζουν στην Αττική είναι $2.688 - 1.883 = 805$.

Τα άτομα που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι 6.786 και οι άνδρες που ζουν στο υπόλοιπο της χώρας είναι 4.706, άρα οι γυναίκες που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι $6.786 - 4.706 = 2.080$.

	15-39 ετών, Αττική	15-39 ετών, Υπόλοιπο Χώρας	15-39 ετών	40 ετών και άνω, Αττική	40 ετών και άνω, Υπόλοιπο Χώρας	40 ετών και άνω	Αττική	Υπόλοιπο Χώρας	Σύνολο
Άνδρες	784		2.744			3.845	1.883	4.706	6.589
Γυναίκες			903			1.982	805	2.080	2.885
Σύνολο	1.036		3.647			5.827	2.688	6.786	9.474

Τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική είναι 1.036 και τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 3.647. Άρα, τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι $3.647 - 1.036 = 2.611$.

784 άτομα είναι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική, άρα οι γυναίκες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική είναι $1.036 - 784 = 252$.

784 άτομα είναι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική, και το σύνολο των ατόμων ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 2.744, άρα $2.744 - 784 = 1.960$ άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας και $2.611 - 1.960 = 651$ γυναίκες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας.

	15-39 ετών, Αττική	15-39 ετών, Υπόλοιπο Χώρας	15-39 ετών	40 ετών και άνω, Αττική	40 ετών και άνω, Υπόλοιπο Χώρας	40 ετών και άνω	Αττική	Υπόλοιπο Χώρας	Σύνολο
Άνδρες	784	1.960	2.744			3.845	1.883	4.706	6.589
Γυναίκες	252	651	903			1.982	805	2.080	2.885
Σύνολο	1.036	2.611	3.647			5.827	2.688	6.786	9.474

Συνολικά, οι άνδρες που ζουν στην Αττική είναι 1.883. Από αυτούς, οι 784 είναι ηλικίας 15-39 ετών. Επομένως, οι άνδρες ηλικίας 40 ετών και άνω είναι $1.883 - 784 = 1.099$.

Εύκολα συμπληρώνεται ο παρακάτω πίνακας.

	15-39 ετών, Αττική	15-39 ετών, Υπόλοιπο Χώρας	15-39 ετών	40 ετών και άνω, Αττική	40 ετών και άνω, Υπόλοιπο Χώρας	40 ετών και άνω	Αττική	Υπόλοιπο Χώρας	Σύνολο
Άνδρες	784	1.960	2.744	1.099	2.746	3.845	1.883	4.706	6.589
Γυναίκες	252	651	903	553	1.429	1.982	805	2.080	2.885
Σύνολο	1.036	2.611	3.647	1.652	4.175	5.827	2.688	6.786	9.474

Ο συνολικός αριθμός των ατόμων είναι $N(\Omega) = 9.474$ και ο αριθμός των γυναικών ηλικίας 40 ετών και άνω που είναι κάτοικοι Αττικής είναι $N(A) = 553$. Άρα

$$P(A) = \frac{553}{9.474} = 0,0584 \text{ ή } 5,84\%.$$

Σωστή απάντηση η Α.

ΕΚΔΟΧΗ 3

Άσκηση 1

Σε έναν διαγωνισμό ξένων γλωσσών, το 10% των μαθητών πέρασε και στα Αγγλικά και στα Γαλλικά. Το 40% των μαθητών απέτυχε και στα δύο μαθήματα, ενώ το 80% των μαθητών απέτυχε στα Γαλλικά. Οι μαθητές που πέρασαν στα Αγγλικά ήταν 120 περισσότεροι από αυτούς που πέρασαν στα Γαλλικά. Ο συνολικός αριθμός των μαθητών που συμμετείχαν στον διαγωνισμό είναι:

A. 180 **B. 400** **Γ. 360** **Δ. 200**

Λύση

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: μαθητής που πέρασε στα Αγγλικά

B: μαθητής που πέρασε στα Γαλλικά

Το 10% των μαθητών πέρασαν και στα Αγγλικά και στα Γαλλικά, επομένως:

$$P(A \cap B) = \frac{10}{100}$$

Το 40% των μαθητών απέτυχε και στα δύο μαθήματα, επομένως:

$$P((A \cup B)') = \frac{40}{100}$$

$$\text{Άρα, } P(A \cup B) = 1 - P((A \cup B)') = 1 - \frac{40}{100} = \frac{60}{100}$$

Το 80% των μαθητών απέτυχε στα Γαλλικά, επομένως:

$$P(B') = \frac{80}{100}$$

$$\text{Άρα, } P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{80}{100} = \frac{20}{100}$$

$$\text{Ισχύει: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B) \Leftrightarrow$$

$$P(A) = \frac{60}{100} - \frac{20}{100} + \frac{10}{100} = \frac{50}{100}$$

$$\text{Ισχύει: } N(A) - N(B) = 120 \Leftrightarrow \frac{N(A)}{N(\Omega)} - \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{120}{N(\Omega)} \Leftrightarrow P(A) - P(B) = \frac{120}{N(\Omega)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{50}{100} - \frac{20}{100} = \frac{120}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{30}{100} = \frac{120}{N(\Omega)} \Leftrightarrow N(\Omega) = 400.$$

Σωστή απάντηση η Β.

Άσκηση 2

Θεωρούμε δύο πόλεις, Α και Β, των οποίων ένα μέρος των κατοίκων νοσεί με COVID-19. Είναι γνωστό ότι, αν επιλεγεί τυχαία ένας κάτοικος της πόλης Α, η πιθανότητα να νοσεί με COVID-19 είναι 3%. Γνωρίζουμε, επίσης, ότι ο αριθμός των κατοίκων της πόλης Α είναι διπλάσιος του αριθμού των κατοίκων της πόλης Β και οι ασθενείς που νοσούν με COVID-19 στην πόλη Α είναι κατά 40% λιγότεροι από τους ασθενείς που νοσούν με COVID-19 στην πόλη Β. Αν επιλέξουμε τυχαία έναν κάτοικο της πόλης Β, η πιθανότητα να νοσεί με COVID-19 είναι:

A. 5% **B. 10%** **Γ. 15%** **Δ. 20%**

Λύση

Ονομάζουμε:

- $N(A)$ τον συνολικό αριθμό των κατοίκων της πόλης Α
- $N(B)$ τον συνολικό αριθμό των κατοίκων της πόλης Β
- $N(C_A)$ τον αριθμό των ασθενών της πόλης Α
- $N(C_B)$ τον αριθμό των ασθενών της πόλης Β
- $P(C_A)$ την πιθανότητα ένας κάτοικος της πόλης Α να νοσεί με COVID με $P(C_A) = \frac{N(C_A)}{N(A)}$
- $P(C_B)$ την πιθανότητα ένας κάτοικος της πόλης Β να νοσεί με COVID με $P(C_B) = \frac{N(C_B)}{N(B)}$

Ισχύουν:

$$\text{➤ } P(C_A) = 0,03 \Leftrightarrow \frac{N(C_A)}{N(A)} = 0,03$$

$$\text{➤ } N(A) = 2N(B) \text{ και}$$

$$\text{➤ δεδομένου ότι οι ασθενείς στην πόλη Α είναι κατά 40% λιγότεροι από τους ασθενείς στην πόλη Β: } N(C_A) = (1 - 0,40) \cdot N(C_B) \Leftrightarrow N(C_A) = 0,60 \cdot N(C_B) \Leftrightarrow$$

$$\frac{N(C_A)}{N(A)} = \frac{0,60N(C_B)}{2N(B)} \Leftrightarrow 0,03 = \frac{0,60N(C_B)}{2N(B)} \Leftrightarrow 0,03 = 0,30P(C_B) \Leftrightarrow P(C_B) = 0,1 = 10\%.$$

Σωστή απάντηση η Β.

Άσκηση 3

Στο Γυμνάσιο μιας περιοχής η αναλογία των αγοριών προς τα κορίτσια είναι 3:2. Στο Λύκειο της ίδιας περιοχής φοιτούν 80 αγόρια λιγότερα και 20 κορίτσια λιγότερα, σε σχέση με το Γυμνάσιο, και η αναλογία των αγοριών προς τα κορίτσια είναι 7:5. Αν επιλέξουμε έναν μαθητή στην τύχη, η πιθανότητα να είναι κορίτσι είναι:

A. 40,8% **B. 41,7%** **Γ. 52%** **Δ. 59,2%**

Λύση

Γυμνάσιο: Αγόρια = x , Κορίτσια = y

Λύκειο: Αγόρια = $x - 80$, Κορίτσια = $y - 20$.

Ισχύουν:

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2x = 3y$$

$$\frac{x-80}{y-20} = \frac{7}{5} \Leftrightarrow 5x - 400 = 7y - 140 \Leftrightarrow 5x - 7y = 260$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα, προκύπτει $x = 780$, $y = 520$

Εύκολα τώρα κατασκευάζεται ο παρακάτω πίνακας.

	Γυμνάσιο	Λύκειο	Σύνολο
Αγόρια	780	700	1.480
Κορίτσια	520	500	1.020
Σύνολο	1.300	1.200	2.500

$$P(K) = \frac{1.020}{2.500} = 0,408 \text{ ή } 40,8\%.$$

Σωστή απάντηση η **A**.

Άσκηση 4

Μία σχολική περιφέρεια έχει τρία Γυμνάσια, Α, Β, Γ. Στην περιφέρεια, το 40% των μαθητών είναι αγόρια και 140 μαθητές φοιτούν στο Γυμνάσιο Β. Τα αγόρια κατανέμονται στα Γυμνάσια Α, Β, Γ σε αναλογία 3:2:2 και τα κορίτσια σε αναλογία 4:1:2. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή (αγόρι ή κορίτσι). Η πιθανότητα να φοιτά στο Γυμνάσιο Γ είναι:

A. 51,43% **B. 20%** **Γ. 28,57%** **Δ. 15%**

Λύση

Έστω ότι τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Γ είναι x .

Τότε τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Α είναι $\frac{3x}{2}$ και

τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Β είναι x .

Το σύνολο των αγοριών είναι: $\frac{3}{2}x + x + x = \frac{7}{2}x$

Έστω ότι τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Γ είναι y .

Τότε τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Α είναι $2y$ και

τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο Β είναι $\frac{y}{2}$.

Το σύνολο των κοριτσιών είναι: $2y + \frac{y}{2} + y = \frac{7}{2}y$

Δεδομένου ότι το 40% των μαθητών είναι αγόρια, ισχύει:

$$\frac{\frac{7}{2}x}{\frac{7}{2}x + \frac{7}{2}y} = \frac{40}{100} \Leftrightarrow \frac{x}{x+y} = \frac{40}{100} \Leftrightarrow 100x = 40x + 40y \Leftrightarrow$$

$$3x = 2y \quad (1)$$

Δεδομένου ότι 140 μαθητές φοιτούν στο Γυμνάσιο Β, ισχύει:

$$x + \frac{y}{2} = 140 \Leftrightarrow 2x + y = 280 \quad (2)$$

Λύνοντας το σύστημα των (1) και (2), προκύπτει $x = 80, y = 120$

Εύκολα τώρα κατασκευάζεται ο παρακάτω πίνακας.

	Γυμνάσιο Α	Γυμνάσιο Β	Γυμνάσιο Γ	Σύνολο
Αγόρια	120	80	80	280
Κορίτσια	240	60	120	420
Σύνολο	360	140	200	700

Η πιθανότητα ένας μαθητής να φοιτά στο Γυμνάσιο Γ είναι:

$$P(\Gamma) = \frac{200}{700} = 0,2857 \text{ ή } 28,57\%.$$

Σωστή απάντηση η Γ.

Άσκηση 5

Μία οικογένεια έχει 5 μέλη, τον πατέρα, τη μητέρα και τα τρία παιδιά τους. Η μέση ηλικία της οικογένειας αμέσως μετά τη γέννηση του πρώτου, του δεύτερου και του τρίτου παιδιού ήταν 18, 17,25 και 15,4 έτη, αντίστοιχα. Ποια είναι σήμερα η ηλικία του μεγαλύτερου παιδιού, αν η μέση τρέχουσα ηλικία ολόκληρης της οικογένειας είναι 17,4 έτη;

A. 6 ετών B. 7 ετών Γ. 8 ετών Δ. 9 ετών

Λύση

Αμέσως μετά τη γέννηση του πρώτου παιδιού

Όταν γεννήθηκε το πρώτο παιδί, η ηλικία του ήταν 0 έτη.

Μέλη: 3

Μέση ηλικία: 18

Άθροισμα ηλικιών = $3 \cdot 18 = 54$

Αμέσως μετά τη γέννηση του δεύτερου παιδιού

Περνούν t_1 χρόνια μέχρι να γεννηθεί το δεύτερο παιδί.

Τότε τα 3 άτομα μεγαλώνουν κατά t_1 χρόνια το καθένα, ενώ το δεύτερο παιδί έχει ηλικία 0.

Νέα μέση ηλικία: 17,25 με 4 μέλη:

Άθροισμα ηλικιών = $4 \cdot 17,25 = 69$

Άρα:

$$54 + 3t_1 = 69 \Leftrightarrow 3t_1 = 15 \Leftrightarrow t_1 = 5$$

Το πρώτο παιδί τότε είναι 5 ετών.

Αμέσως μετά τη γέννηση του τρίτου παιδιού

Περνούν t_2 χρόνια μέχρι να γεννηθεί το τρίτο παιδί.

Τότε τα 4 άτομα μεγαλώνουν κατά t_2 χρόνια το καθένα, ενώ το τρίτο παιδί έχει ηλικία 0.

Μέση ηλικία τότε: 15,4 με 5 μέλη:

$$\text{Άθροισμα ηλικιών} = 5 \cdot 15,4 = 77$$

Άρα:

$$69 + 4t_2 = 77 \Leftrightarrow 4t_2 = 8 \Leftrightarrow t_2 = 2$$

Το πρώτο παιδί τότε είναι $5 + 2 = 7$ ετών.

Σήμερα

Από τη γέννηση του τρίτου παιδιού μέχρι σήμερα περνούν T χρόνια.

Τρέχουσα μέση ηλικία: 17,4 με 5 μέλη:

$$\text{Άθροισμα ηλικιών} = 5 \cdot 17,4 = 87$$

Άρα:

$$77 + 5T = 87 \Leftrightarrow 5T = 10 \Leftrightarrow T = 2$$

Το πρώτο παιδί είναι σήμερα $7 + 2 = 9$ ετών.

Σωστή απάντηση η Δ.

Άσκηση 6

Μία εταιρεία πληροφορικής έχει αναλάβει έναν αριθμό από έργα υποστήριξης επιχειρήσεων για το 2025. Το 2026 σχεδιάζει να διατηρήσει τα έργα του 2025 και να αναλάβει επιπλέον ένα 20% καινούργιων έργων. Εάν γνωρίζουμε ότι κάθε καινούργιο έργο αποφέρει διπλάσιο κέρδος από το μέσο κέρδος του 2025, πόσο θα αυξηθεί το μέσο κέρδος της για το 2026;

A. 16,7% B. 28,6% Γ. 32,2% Δ. 40,0%

Λύση

Υποθέτουμε ότι το 2025 η εταιρεία είχε αναλάβει N έργα με μέσο κέρδος μ .

Επομένως, τα κέρδη της για το 2025 είναι:

$$K_{2025} = N \cdot \mu$$

Τα καινούργια έργα (το 20% των N , δηλαδή $0,2N$ έργα) έχουν διπλάσιο μέσο κέρδος 2μ .

Το συνολικό κέρδος για το 2026 είναι:

$$K_{2026} = N \cdot \mu + (0,2N \cdot 2\mu) = N\mu + 0,4N\mu = 1,4N\mu$$

Τα συνολικά έργα για το 2026 είναι: $1,2N$

Άρα, το μέσο κέρδος ανά έργο το 2026 είναι:

$$\frac{1,4N\mu}{1,2N} = 1,1667\mu$$

Και η ποσοστιαία αύξηση του μέσου κέρδους είναι:

$$\frac{1,1667\mu - \mu}{\mu} = 0,1667 \text{ ή } 16,67\%.$$

Σωστή απάντηση η Α.

Άσκηση 7

Σύμφωνα με τα στοιχεία της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2011, η αναλογία του πληθυσμού τριών πόλεων Α, Β και Γ ήταν 3:4:5, αντίστοιχα. Με βάση τα στοιχεία της

Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021, ο πληθυσμός των αντίστοιχων πόλεων αυξήθηκε, και οι ποσοστιαίες αυξήσεις είναι σε αναλογία 4:6:3. Το έτος 2021 σε σχέση με το 2011, ο πληθυσμός της πόλης Γ είχε αυξηθεί κατά 15.000 κατοίκους και το έτος 2021 η αναλογία του πληθυσμού της πόλης Α προς την πόλη Β ήταν 21:32. Σύμφωνα με τα στοιχεία της Απογραφής Πληθυσμού-Κατοικιών 2021, το άθροισμα των αυξήσεων του πληθυσμού όλων των πόλεων μαζί ήταν:

A. 51.000

B. 52.000

Γ. 61.000

Δ. 49.000

Λύση

Θέτουμε τους πληθυσμούς το 2011: $A = 3x$, $B = 4x$, $\Gamma = 5x$.

Οι ποσοστιαίες αυξήσεις είναι σε αναλογία 4:6:3, άρα παίρνουμε:

$$\pi_A = 4\%, \pi_B = 6\%, \pi_\Gamma = 3\%$$

Το 2021, ο πληθυσμός της πόλης Γ είχε αυξηθεί κατά 15.000 κατοίκους, επομένως

$$5x \cdot \frac{3y}{100} = 15.000 \Leftrightarrow 15xy = 1.500.000 \Leftrightarrow xy = 100.000 \quad (1)$$

Η αναλογία του πληθυσμού της πόλης Α προς την πόλη Β το έτος 2021 είναι 21:32. Έχουμε:

$$\frac{3x\left(1+\frac{4y}{100}\right)}{4x\left(1+\frac{6y}{100}\right)} = \frac{21}{32} \Leftrightarrow \frac{3(100+4y)}{4(100+6y)} = \frac{21}{32} \Leftrightarrow \frac{100+4y}{100+6y} = \frac{7}{8} \Leftrightarrow$$

$$800 + 32y = 700 + 42y \Leftrightarrow 10y = 100 \Leftrightarrow y = 10$$

Από την (1) προκύπτει: $x = 10.000$

Επομένως, οι αρχικοί πληθυσμοί ήταν: 30.000, 40.000, 50.000

Τώρα οι αυξήσεις σε απόλυτους αριθμούς είναι:

$$A: 3x \cdot \frac{4y}{100} = 3 \cdot 10.000 \cdot \frac{4 \cdot 10}{100} = 12.000$$

$$B: 4x \cdot \frac{6y}{100} = 4 \cdot 10.000 \cdot \frac{6 \cdot 10}{100} = 24.000$$

Γ: 15.000 (από την εκφώνηση)

Το άθροισμα των αυξήσεων είναι $12.000 + 24.000 + 15.000 = 51.000$.

Άρα η συνολική αύξηση πληθυσμού το 2021 ήταν 51.000 κάτοικοι.

Σωστή απάντηση η Α.

Άσκηση 8

Σε μια περιοχή υπάρχουν δύο σχολικά συγκροτήματα (Α και Β) και το καθένα διαθέτει Γυμνάσιο και Λύκειο. Στα συγκροτήματα αυτά φοιτούν συνολικά 900 μαθητές (αγόρια – κορίτσια). Από αυτούς τους μαθητές, 500 είναι μαθητές Γυμνασίου, 410 είναι αγόρια και 660 μαθητές φοιτούν στο συγκρότημα Α. Μεταξύ των μαθητών, τα αγόρια που φοιτούν στα Γυμνάσια είναι 228, τα αγόρια που φοιτούν στο συγκρότημα Α είναι 261, οι μαθητές που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α είναι 360 και, τέλος, 141 είναι τα αγόρια που

φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α. Αν επιλέξουμε στην τύχη έναν μαθητή, η πιθανότητα να είναι αγόρι που φοιτά στο Λύκειο του συγκροτήματος Α ή κορίτσι που φοιτά στο Λύκειο του συγκροτήματος Β είναι:

A. 45,5% **B. 39,17%** **Γ. 17,55%** **Δ. 44,44%**

Λύση

Δεδομένου ότι οι μαθητές Γυμνασίου είναι 500, οι μαθητές Λυκείου είναι $900 - 500 = 400$.

Δεδομένου ότι τα αγόρια είναι 410, τα κορίτσια είναι $900 - 410 = 490$.

Δεδομένου ότι στο συγκρότημα Α φοιτούν 660 μαθητές, στο συγκρότημα Β φοιτούν $900 - 660 = 240$ μαθητές.

	Γυμν. Α	Γυμν. Β	Γυμν.	Λύκ. Α	Λύκ. Β	Λύκ.	Συγκρότημα Α	Συγκρότημα Β	Σύνολο
Αγόρια	141		228				261		410
Κορίτσια									490
Σύνολο	360		500			400	660	240	900

Δεδομένου ότι τα αγόρια που φοιτούν στα Γυμνάσια είναι 228 και τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α είναι 141, τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Β είναι $228 - 141 = 87$.

Δεδομένου ότι οι μαθητές που φοιτούν στο Γυμνάσιο Α είναι 360 και τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α είναι 141, τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α είναι $360 - 141 = 219$.

Δεδομένου ότι οι μαθητές Γυμνασίου είναι 500 και τα αγόρια που φοιτούν στο Γυμνάσιο είναι 228, τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο είναι $500 - 228 = 272$.

Δεδομένου ότι τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο είναι 272 και τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Α είναι 219, τα κορίτσια που φοιτούν στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Β είναι $272 - 219 = 53$.

Επομένως, στο Γυμνάσιο του συγκροτήματος Β φοιτούν $87 + 53 = 140$ μαθητές.

	Γυμν. Α	Γυμν. Β	Γυμν.	Λύκ. Α	Λύκ. Β	Λύκ.	Συγκρότημα Α	Συγκρότημα Β	Σύνολο
Αγόρια	141	87	228				261		410
Κορίτσια	219	53	272						490
Σύνολο	360	140	500			400	660	240	900

Δεδομένου ότι στο συγκρότημα Α φοιτούν 660 μαθητές, από τους οποίους τα αγόρια είναι 261, τα κορίτσια είναι $660 - 261 = 399$.

Εύκολα κατασκευάζεται ο παρακάτω πίνακας.

	Γυμν. Α	Γυμν. Β	Γυμν.	Λύκ. Α	Λύκ. Β	Λύκ.	Συγκρότημα Α	Συγκρότημα Β	Σύνολο
Αγόρια	141	87	228	120	62	182	261	149	410
Κορίτσια	219	53	272	180	38	218	399	91	490
Σύνολο	360	140	500	300	100	400	660	240	900

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: αγόρι που φοιτά στο Λύκειο του συγκροτήματος A με $P(A) = \frac{120}{900} = 0,1333$

B: κορίτσι που φοιτά στο Λύκειο του συγκροτήματος B με $P(B) = \frac{38}{900} = 0,0422$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,1755 = 17,55\%$.

Σωστή απάντηση η Γ.

Άσκηση 9

Το άθροισμα των μισθών του Αντώνη, του Βασίλη και του Γιώργου είναι 6.570 ευρώ. Εάν δαπάνησαν το 80%, το 85% και το 75% του αντίστοιχου μισθού τους, τότε οι αποταμιεύσεις τους έχουν αναλογία 8 : 9 : 20. Ο μέσος όρος των δαπανών τους είναι περίπου:

A. 1.168€

B. 1.740€

Γ. 1.862€

Δ. 2.190€

Λύση

Ας υποθέσουμε ότι οι μισθοί τους είναι: Αντώνης: x , Βασίλης: y και Γιώργος: z . Ισχύει ότι:

$$x + y + z = 6.570 \quad (1)$$

Ο Αντώνης δαπανά το 80%, άρα αποταμιεύει το 20% του μισθού του, δηλαδή $0,2x$

Ο Βασίλης δαπανά το 85%, άρα αποταμιεύει το 15% του μισθού του, δηλαδή $0,15y$

Ο Γιώργος δαπανά το 75%, άρα αποταμιεύει το 25% του μισθού του, δηλαδή $0,25z$

Η αναλογία αποταμιεύσεων είναι $0,2x : 0,15y : 0,25z = 8 : 9 : 20$

Επομένως, υπάρχει αριθμός α για τον οποίο ισχύει:

$$0,2x = 8\alpha, \quad 0,15y = 9\alpha, \quad 0,25z = 20\alpha$$

Λύνουμε ως προς x, y, z και έχουμε:

$$x = \frac{8\alpha}{0,2} = 40\alpha$$

$$y = \frac{9\alpha}{0,15} = 60\alpha$$

$$z = \frac{20\alpha}{0,25} = 80\alpha$$

Αντικαθιστούμε στην (1) και παίρνουμε:

$$x + y + z = 40\alpha + 60\alpha + 80\alpha = 180\alpha = 6.570$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{6.570}{180} = 36,5$$

Οι μισθοί είναι οι παρακάτω:

$$x = 40 \times 36,5 = 1.460$$

$$y = 60 \times 36,5 = 2.190$$

$$z = 80 \times 36,5 = 2.920$$

Οι δαπάνες είναι:

$$\text{Αντώνης: } 0,8 \times 1.460 = 1.168$$

$$\text{Βασίλης: } 0,85 \times 2.190 = 1.861,5$$

$$\text{Γιώργος: } 0,75 \times 2.920 = 2.190$$

Και ο μέσος όρος των δαπανών είναι:

$$\text{Μ.Ο.} = \frac{1.168 + 1.861,5 + 2.190}{3} = \frac{5.219,5}{3} = 1.739,83\text{€}.$$

Σωστή απάντηση η Β.

Άσκηση 10

Σύμφωνα με την Έρευνα Εργατικών Ατυχημάτων της ΕΛΣΤΑΤ, τα εργατικά ατυχήματα στην Ελλάδα ανήλθαν σε 9.474 κατά τη διετία 2021-2022. Καθένας από αυτούς τους εργαζόμενους μπορεί να ταξινομηθεί ως: 1) Άτομο ηλικίας 15-39 ετών ή Άτομο ηλικίας 40 ετών και άνω, 2) Άνδρας ή Γυναίκα, και 3) Κάτοικος Αττικής ή Κάτοικος της υπόλοιπης Χώρας.

Από αυτούς, 3.647 είναι άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών, 6.589 είναι άνδρες και 2.688 είναι κάτοικοι Αττικής. Μεταξύ αυτών, οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 2.744, οι άνδρες που ζουν στην Αττική είναι 1.883 και τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική είναι 1.036. Τέλος, 784 άτομα είναι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική. Αν επιλεγεί τυχαία ένα άτομο από τα παραπάνω, η πιθανότητα να είναι γυναίκα ηλικίας 40 ετών και άνω, κάτοικος Αττικής, είναι περίπου:

A. 5,84% **B. 11,60%** **Γ. 15,10%** **Δ. 29%**

Λύση

Δεδομένου ότι τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 3.647, τα άτομα ηλικιακής ομάδας 40 ετών και άνω είναι $9.474 - 3.647 = 5.827$.

Δεδομένου ότι οι άνδρες είναι 6.589, οι γυναίκες είναι $9.474 - 6.589 = 2.885$.

Δεδομένου ότι 2.688 άτομα είναι κάτοικοι Αττικής, τα άτομα που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι $9.474 - 2.688 = 6.786$.

	15-39 ετών, Αττική	15-39 ετών, Υπόλοιπο Χώρας	15-39 ετών	40 ετών και άνω, Αττική	40 ετών και άνω, Υπόλοιπο Χώρας	40 ετών και άνω	Αττική	Υπόλοιπο Χώρας	Σύνολο
Άνδρες	784		2.744				1.883		6.589
Γυναίκες									2.885
Σύνολο	1.036		3.647			5.827	2.688	6.786	9.474

Παρομοίως, δεδομένου ότι οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 2.744, οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 40 ετών και άνω είναι $6.589 - 2.744 = 3.845$.

Επίσης, δεδομένου ότι οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 2.744, οι γυναίκες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι $3.647 - 2.744 = 903$, και δεδομένου ότι οι άνδρες ηλικιακής ομάδας 40 ετών και άνω είναι 3.845, οι γυναίκες ηλικιακής ομάδας 40 ετών και άνω είναι $5.827 - 3.845 = 1.982$.

Οι άνδρες που ζουν στην Αττική είναι 1.883, άρα οι άνδρες που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι $6.589 - 1.883 = 4.706$.

Τα άτομα που ζουν στην Αττική είναι 2.688 και οι άνδρες που ζουν στην Αττική είναι 1.883, άρα οι γυναίκες που ζουν στην Αττική είναι $2.688 - 1.883 = 805$.

Τα άτομα που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι 6.786 και οι άνδρες που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι 4.706, άρα οι γυναίκες που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι $6.786 - 4.706 = 2.080$.

	15-39 ετών, Αττική	15-39 ετών, Υπόλοιπο Χώρας	15-39 ετών	40 ετών και άνω, Αττική	40 ετών και άνω, Υπόλοιπο Χώρας	40 ετών και άνω	Αττική	Υπόλοιπο Χώρας	Σύνολο
Άνδρες	784		2.744			3.845	1.883	4.706	6.589
Γυναίκες						1.982	805	2.080	2.885
Σύνολο	1.036		3.647			5.827	2.688	6.786	9.474

Τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική είναι 1.036 και τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 3.647. Άρα, τα άτομα ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας είναι $3.647 - 1.036 = 2.611$.

784 άτομα είναι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική, άρα οι γυναίκες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική είναι $1.036 - 784 = 252$.

784 άτομα είναι άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών που ζουν στην Αττική, και το σύνολο των ατόμων ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών είναι 2.744, άρα $2.744 - 784 = 1.960$ άνδρες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας και $2.611 - 1.960 = 651$ γυναίκες ηλικιακής ομάδας 15-39 ετών ζουν στο υπόλοιπο της Χώρας.

	15-39 ετών, Αττική	15-39 ετών, Υπόλοιπο Χώρας	15-39 ετών	40 ετών και άνω, Αττική	40 ετών και άνω, Υπόλοιπο Χώρας	40 ετών και άνω	Αττική	Υπόλοιπο Χώρας	Σύνολο
Άνδρες	784	1.960	2.744			3.845	1.883	4.706	6.589
Γυναίκες	252	651	903			1.982	805	2.080	2.885
Σύνολο	1.036	2.611	3.647			5.827	2.688	6.786	9.474

Συνολικά, οι άνδρες που ζουν στην Αττική είναι 1.883. Από αυτούς, οι 784 είναι ηλικίας 15-39 ετών. Επομένως, οι άνδρες ηλικίας 40 ετών και άνω είναι $1.883 - 784 = 1.099$.

Εύκολα συμπληρώνεται ο παρακάτω πίνακας.

	15-39 ετών, Αττική	15-39 ετών, Υπόλοιπο Χώρας	15-39 ετών	40 ετών και άνω, Αττική	40 ετών και άνω, Υπόλοιπο Χώρας	40 ετών και άνω	Αττική	Υπόλοιπο Χώρας	Σύνολο
Άνδρες	784	1.960	2.744	1.099	2.746	3.845	1.883	4.706	6.589
Γυναίκες	252	651	903	553	1.429	1.982	805	2.080	2.885
Σύνολο	1.036	2.611	3.647	1.652	4.175	5.827	2.688	6.786	9.474

Ο συνολικός αριθμός των ατόμων είναι $N(\Omega) = 9.474$ και ο αριθμός των γυναικών ηλικίας 40 ετών και άνω που είναι κάτοικοι Αττικής είναι $N(A) = 553$. Άρα

$$P(A) = \frac{553}{9.474} = 0,0584 \text{ ή } 5,84\%.$$

Σωστή απάντηση η Α.

ΤΕΣΤ 2

1. Σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ, πόσος ήταν ο εκτιμώμενος πληθυσμός της Ελλάδας κατά την 1η Ιανουαρίου 2024;

10.815.197

10.400.720

10.223.456

10.732.481

[04. Υπολογιζόμενος Πληθυσμός κατά φύλο και 5ετείς ομάδες ηλικιών την 1η Ιανουαρίου \(2001 - 2024\)](#)

2. Σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ, κατά το έτος 2022, πόσο ήταν το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν (ΑΕΠ), σε τρέχουσες τιμές, σε εκατομμύρια ευρώ;

207.009

188.009

178.009

168.009

[Ακαθάριστο εγχώριο προϊόν \(1995 - 2024\)](#)

3. Σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ, κατά το έτος 2024, ποιο ήταν το μέσο ετήσιο ποσοστό (%) ανεργίας στην Ελλάδα;

8,8

9,2

10,1

11,1

[01. Πληθυσμός 15+ \(κατάσταση απασχόλησης\) \(Σύνολο Χώρας\) \(1ο Τρίμηνο 2001 - 2ο Τρίμηνο 2025\)](#)

4. Σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ, κατά το έτος 2024, πόσος ήταν ο μέσος ετήσιος Δείκτης Τιμών Καταναλωτή στην Ελλάδα;

2,7%

117,981

119,472

3,5%

[01. Εξέλιξη ετήσιων μεταβολών Γενικού Δείκτη Τιμών Καταναλωτή \(2020=100,0\) \(Ιανουαρίου 1959 - \)](#)

5. Σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ, κατά το έτος 2024, ποιος ήταν ο αριθμός των ξενοδοχείων στην Περιφερειακή Ενότητα Λακωνίας;

167

157

171

197

[02. Ξενοδοχειακό δυναμικό κατά κατηγορία](#)

6. Σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ, κατά το έτος 2023, ποια μονοψήφια κατηγορία προϊόντων της Τυποποιημένης Ταξινόμησης Διεθνούς Εμπορίου (SITC) είχε τη μεγαλύτερη αξία εξαγωγών της Ελλάδας;

Χημικά προϊόντα

Ορυκτά καύσιμα, λιπαντικά κ.λπ.

Τρόφιμα και ζώντα ζώα
Έλαια και λίπη ζωικής ή φυτικής προέλευσης

[05. Εισαγωγές - Αφίξεις, Εξαγωγές - Αποστολές με διάκριση Ενδοκοινοτικού Εμπορίου και Εμπορίου με Τρίτες Χώρες σε Αξία και Ποσότητα, κατά Κατηγορία Τυποποιημένης Ταξινόμησης Διεθνούς Εμπορίου ΤΤΔΕ \(SITC 1\)](#)

7. Σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ, κατά το έτος 2023, ποιος ήταν ο αριθμός των οδηγών μοτοσυκλετών που φορούσαν κράνος και βγήκαν σώοι, χωρίς να τραυματιστούν, από ατύχημα στο οποίο ενεπλάκησαν;

251

34

180

20

<https://www.statistics.gr/el/statistics/-/publication/SDT04/> πίν. 50

8. Σύμφωνα με τα στοιχεία της Eurostat, ποια χώρα της Ευρωπαϊκής Ένωσης (ΕΕ) είχε τον υψηλότερο Εναρμονισμένο Δείκτη Τιμών Καταναλωτή τον Ιούλιο του 2025;

Εσθονία

Σλοβακία

Κροατία

Ρουμανία

https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/RC_IC_A_R_custom_3761882/bookmark/table?lang=en&bookmarkId=4ad27e6f-358a-4a3d-82a0-587d69a833eb&c=1667558907980

Υποσημείωση:

- Δεν διευκρινίστηκε με σαφήνεια στην εκφώνηση αν η μονάδα μέτρησης είναι ποσοστό.
- Στις 27/1/2026 προέκυψε αναθεώρηση ταξινόμησης από τη Eurostat στον συγκεκριμένο Δείκτη και προκύπτουν δύο εκδόσεις.

Κατά συνέπεια, δημιουργήθηκε σύγχυση στους μαθητές, οπότε **όλες οι απαντήσεις θεωρήθηκαν σωστές.**

9. Σύμφωνα με τα στοιχεία της Eurostat, ποια χώρα της Ευρωπαϊκής Ένωσης (ΕΕ) είχε το υψηλότερο ποσοστό ανεργίας τον Αύγουστο του 2025;

Ισπανία

Φινλανδία

Εσθονία

Γαλλία

https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/UE_RT_custom_7680578/bookmark/table?lang=en&bookmarkId=2feeff57-57c9-4278-a50b-7e2279d699c2&c=1696497606157

10. Σύμφωνα με τα στοιχεία της Eurostat, ποια περιοχή της Ευρωπαϊκής Ένωσης (ΕΕ) είχε το υψηλότερο προσδόκιμο ζωής κατά το έτος 2023;

Comunidad de Madrid, Ισπανία

Veneto, Ιταλία

Salzburg, Αυστρία

Darmstadt, Γερμανία

https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/tgs00101/default/table?lang=en&category=t_demo.t_demo_fmreg

ΤΕΣΤ 3

1. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, ποιο μήνα του έτους 2024 ήταν πιο πολλά τα δηλωθέντα κρούσματα γρίπης;

Απρίλιο

Δεκέμβριο

Φεβρουάριο

Ιανουάριο

<https://www.statistics.gr/el/infographic-infectious-diseases-2024>

2. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, κατά το έτος 2024 οι βασικές ομάδες αγαθών και υπηρεσιών όπου τα νοικοκυριά ξόδεψαν τα περισσότερα χρήματα ήταν:

Αναψυχή και πολιτισμός

Μεταφορές

Είδη ένδυσης και υπόδησης

Είδη διατροφής και μη οиноπνευματώδη ποτά

<https://www.statistics.gr/el/infographic-household-budget-survey-2024>

3. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, τα στοιχεία της φυσικής κίνησης πληθυσμού κατά το έτος 2024 δείχνουν ότι:

Οι γεννήσεις ήταν περισσότερες από τους θανάτους

Τα διαζύγια μειώθηκαν κατά 2,8% σε σχέση με το προηγούμενο έτος

Οι γυναίκες που πέθαναν ήταν περισσότερες από τους άντρες

Τα αγόρια που γεννήθηκαν ήταν περισσότερα από τα κορίτσια

<https://www.statistics.gr/el/infographic-vital-statistics-survey-2024>

4. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, οι αφίξεις σε καταλύματα ξενοδοχειακού τύπου κατά το έτος 2024 σε σχέση με το 2023:

Αυξήθηκαν κατά 3,9%

Μειώθηκαν κατά 3,9%

Έμειναν σταθερές

Αυξήθηκαν κατά 3,5%

<https://www.statistics.gr/el/infographic-hotel-arrivals-2024>

5. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, το ποσοστό (%) του πληθυσμού που, κατά το έτος 2024, αδυνατούσε να παρέχει στα παιδιά του τουλάχιστον ένα γεύμα με κρέας, κοτόπουλο ή ψάρι σε καθημερινή βάση ήταν:

10,4

31,7

4,5

Καμία από τις προτεινόμενες απαντήσεις

<https://www.statistics.gr/el/infographic-liv-cond-child-2024>

6. Σύμφωνα με infographic της ΕΛΣΤΑΤ, κατά το σχολικό έτος 2021/2022 στα Γυμνάσια αναλογούσε:

Ένας εκπαιδευτικός ανά 8,3 μαθητές

Ένας εκπαιδευτικός ανά 3,8 μαθητές

Δύο εκπαιδευτικοί ανά 10,1 μαθητές

Δύο εκπαιδευτικοί ανά 16,1 μαθητές

<https://www.statistics.gr/el/infographic-lower-secondary-education-schools-21>

7. Σύμφωνα με το ψηφιακό δημοσίευμα της Eurostat «Housing in Europe», έκδοσης 2023, η χώρα της ΕΕ με το μεγαλύτερο ποσοστό ατόμων που πλήρωναν ενοίκιο για το σπίτι όπου έμεναν, κατά το έτος 2022, ήταν η:

Αυστρία

Γερμανία

Ελβετία

Νορβηγία

<https://ec.europa.eu/eurostat/web/interactive-publications/housing-2023#house-of-flat-owning-or-renting>

8. Σύμφωνα με το ψηφιακό δημοσίευμα της Eurostat «Housing in Europe», έκδοσης 2023, το ποσοστό (%) των νοικοκυριών που δεν είχαν ούτε εσωτερική τουαλέτα με καζανάκι, ούτε μπανιέρα, ούτε ντους στην Ελλάδα και στη Ρουμανία, κατά το έτος 2020, ήταν, αντίστοιχα:

15,1 και 3,2

3,2 και 15,1

21,2 και 0,1

0,1 και 21,2

<https://ec.europa.eu/eurostat/web/interactive-publications/housing-2023#quality-of-housing>

9. Σύμφωνα με το ψηφιακό δημοσίευμα της Eurostat «Housing in Europe», έκδοσης 2023, μεγαλύτερη αύξηση στις τιμές των ενοικίων, μεταξύ των ετών 2010 και 2022, παρατηρήθηκε στη(ν):

Σλοβενία

Λιθουανία

Τουρκία

Ουγγαρία

<https://ec.europa.eu/eurostat/web/interactive-publications/housing-2023#housing-cost>

10. Σύμφωνα με το ψηφιακό δημοσίευμα της Eurostat «Housing in Europe», έκδοσης 2023, ο αριθμός των οικοδομικών αδειών στις χώρες της ΕΕ:

Μειωνόταν κάθε χρόνο από το 2014

Από το 2010 μέχρι το 2022 αυξήθηκε κατά 29%

Το 2020 μειώθηκε κατά 4%

Το 2022 μειώθηκε κατά 5%

<https://ec.europa.eu/eurostat/web/interactive-publications/housing-2023#construction-sector>